

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ- ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ****ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (1)**

**1)** Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$\alpha) \chi^3 - 3\chi + 2 = 0 \quad \beta) \chi^3 - 7\chi + 6 = 0$$

$$\gamma) \frac{1}{6}\chi^4 - \frac{3}{2}\chi^2 + \frac{2}{3}\chi + 2 = 0$$

**2)** Δίνονται οι συναρτήσεις :

$$f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 2x - 5 \text{ και } g(x) = x^3 + x^2 + 5x + 5$$

α) Να βρείτε τα σημεία τομής της  $C_f$  με τον άξονα  $\chi'\chi$ .

β) Να βρείτε για ποια  $\chi$  η  $C_g$  είναι πάνω από τον άξονα  $\chi'\chi$ .

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής των  $C_f$  και  $C_g$ .

**3)** Έστω το πολυώνυμο  $P(x) = 3x^3 - 4x^2 + ax + \beta$ , με  $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$ .

Το  $\chi+1$  είναι παράγοντας του  $P(x)$  και η διαίρεση  $P(x):(\chi-1)$

δίνει υπόλοιπο  $-4$ .

α) Δείξτε ότι  $\alpha=-5$  και  $\beta=2$

β) Να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 0$ .

**4)** Έστω ένα πολυώνυμο  $P(x)$ . Η διαίρεση  $P(x):(\chi^2 + 1)$  δίνει

υπόλοιπο  $\nu(x) = -6x + \lambda$  και πηλίκο  $\Pi(\chi) = \chi + 1$  ενώ η διαίρεση

$P(x):(\chi - 1)$  είναι τέλεια.

α) Δείξτε ότι  $\lambda=2$ .

β) Να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 0$ .

5) Έστω το πολυώνυμο  $P(x) = x^5 - 4x^3 + 2x^2 - 5x + a$ .

Το  $x^2 + 1$  είναι παράγοντας του  $P(x)$ .

α) Δείξτε ότι  $a=2$ .

β) Να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 0$ .

6) Έστω το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 2$ , με  $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$

το οποίο έχει δύο θετικές ακέραιες ρίζες.

α) Δείξτε ότι  $\alpha=-5$  και  $\beta=1$ .

β) Να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 0$ .

7) Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$P(x) = x^3 + \alpha x^2 + x - 5 \text{ και } Q(x) = -x^3 + \beta x - 3,$$

τα οποία έχουν κοινή θετική ακέραια ρίζα.

α) Δείξτε ότι  $\alpha=3$  και  $\beta=4$ .

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{1}{P(x) - Q(x)}$$

8) Έστω το πολυώνυμο  $\varphi(x) = x^3 + 3\alpha x^2 + x + 3$  με  $\alpha \in \mathbb{Z}$ ,

για το οποίο γνωρίζουμε ότι έχει ακέραια ρίζα.

α) Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ .

Για  $\alpha=1$ :

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της  $C_\varphi$  και της ευθείας  $\gamma=2x+6$ .