

ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ – ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ (2)

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) α) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R} - \{0\}$ να αποδείξετε ότι

$$\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| + \left| \frac{\beta}{\alpha} \right| \geq 2 \quad (I)$$

β) Πότε ισχύει η ισότητα στη σχέση (I);

(Να γίνει δικαιολόγηση)

2) Αν $|\alpha| \leq 1$ και $|\beta| \leq 2$ δείξτε ότι $d(3\alpha, 2\beta) \leq 7$.

3) Αν $|x| \leq 2$ δείξτε ότι $|x^2 - 3x + 2| \leq 12$.

4) Έστω αριθμοί $x, y \neq 0$ για τους οποίους ισχύει $d(x, -y) > d(x, y)$. Δείξτε ότι οι αριθμοί x, y είναι ομόσημοι.

5) ι) Να αποδείξετε ότι

$$|\alpha + \beta|^2 + |\alpha - \beta|^2 = 2(|\alpha|^2 + |\beta|^2)$$

ιι) Αν $|\alpha| = 2$, $|\beta| = 1$ και $|\alpha + \beta| = 3$ υπολογίστε το $|\alpha - \beta|$.